

LXIII олимпиада по математике учащихся Эстонии
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА
Таллинн, 9 декабря 2015 года
IX класс

Время, отводимое для решения: 3 часа

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Три брата, возрасты которых различны, открыли рождественские пакеты с конфетами и решили поделить между собой конфеты так, чтобы самый старший из них получил самое большое количество конфет, а самый младший из них – самое маленькое количество конфет. Сначала они поделили между собой конфеты в отношении 3 : 4 : 5. Такое распределение конфет не устроило младшего брата, т.к. он получал в этом случае очень мало конфет. В итоге им удалось поделить конфеты так, что количества конфет относились как 6 : 7 : 8.

1) Найди наименьшее количество конфет, которое должно было быть во всех пакетах вместе.

2) Сколько конфет в итоге получит младший брат, если по сравнению с первым распределением он получит на 9 конфет больше?

2. Пусть a , b и c попарно различные положительные числа, для которых выполняются условия:

$$a + b + c = 2015 \quad \text{и} \quad \frac{a-b}{c} = \frac{a-c}{b}$$

Найди значение числа a .

3. Известно, что n является четырехзначным натуральным числом у которого цифры, записанные в разрядах тысяч и десятков равны. Если в числе n удалить цифру, записанную в разряде сотен, то получится трехзначное число, которое в 13 раз меньше числа n . Найди все такие числа n .

4. Длина боковой стороны AD трапеции $ABCD$ равна длине основания CD трапеции и в два раза короче длины основания AB . Найди величину угла ACB .

5. Натуральные числа от 1 до 16 записаны в ячейки таблицы размером 4 x 4 так, что в каждой ячейке записано одно число, причем сумма чисел, записанных в первом столбце слева, равна 18, сумма чисел, записанных в верхней строке равна 56, а во второй сверху строке записаны числа, каждое из которых в два раза больше числа, записанного непосредственно под ним. Найди все возможные значения суммы чисел, записанных в нижней строке таблицы.